



TITLE:

# 分権管理と潜在価格

AUTHOR(S):

浅沼, 萬里

---

CITATION:

浅沼, 萬里. 分権管理と潜在価格. 經濟論叢 1968, 102(1): 43-64

ISSUE DATE:

1968-07

URL:

<https://doi.org/10.14989/133286>

RIGHT:

# 經濟論叢

第102卷 第1号

---

沖繩における日本円の消滅 .....小 野 一 郎 1

經濟計画化における部門連関  
バランスの意義と限界 .....野 澤 正 徳 22

分権管理と潜在価格 .....浅 沼 萬 里 43

後進国開発における技術選択基準論 .....本 山 美 彦 65

---

昭和43年7月

京都大學經濟學會

## 分 権 管 理 と 潜 在 価 格

浅 沼 萬 里

### ま え が き

いくつかの生産単位を構成要素とする一つの経済システム——さしあたりそれを企業と考えても国民経済と考えてもよい——を考えることにしよう。このシステムにとってありうべき管理機構として、われわれは、集権的な型の極から自由放任の極に至る種々のバリエーティを構想することができるが、システムの規模が巨大化するにしたがい、一方では情報集中と計算の可能性という面から、他方では心理的インセンティブという面から、分権化 (decentralization) の要素が入りこまざるをえないであろう。そこで、システム全体にとっての最適化が、どのような条件の下で、またどのような意味において、個々の生産単位最適化行動と両立的ないし非両立的であるかを分析すること、およびこれと表裏の問題として、分権的管理の媒介としての価格機構の意義と限界を明確に把握することが、重要な問題となる。本稿で分権管理という問題を取り上げるについては、およそ上のような問題意識——さしあたり抽象的な平面で切られてはいるが、またそれゆえに、必要な媒介環をおけば、巨大企業の内部管理の問題とも社会主義経済の運営の問題とも接続しうろ問題——を念頭においている。

さて、本稿は、この問題に、次のような視角から近づく。

周知のとおり、線型計画法 (linear programming; 以下LPと略記) は、ソビエト連邦の工業管理とアメリカ合衆国の戦時経済の中から、それぞれ独立に生み出され、今日では管理科学の一つの標準的な装備として定着したが、これを単なる工学的な用具と見るにとどまらず、経済理論ないし経営理論の観点から見たとき、もっとも興味深い点は次のところにある。

(1) LPの指示する生産編成に対応して、「潜在価格」(shadow prices)とよばれる、市場から独立な、一種の価格の存在が主張されること。

(2) この「価格」は、直接には、計画の作成と改定に重要な役割を果す助変数であるけれども、それにとどまらず、この「価格」を媒介にした分権的機構を考えることができるという示唆が文献に散見されること。

このような主張は、ソ連文献においても見いだすことができる。今日LPの創始者の名誉を与えられている<sup>1)</sup> カントロビッチの理論においては、当初から「解決乗数」という概念が最適解を見いだす手段として重要な役割をはたしていたのであるが、1959年の著作〔10〕に至って、この乗数の、最適解にともなう値が「客観的に条件づけられた評価」<sup>2)</sup> という名称をうけとり、それとともに、この「評価」にもとづく価格体系の再編成によって資源配分の合理性を増すという構想が、国民経済のレベルにまでわたって展開されている。のちに見るように、かれの「客観的に条件づけられた評価」と西欧文献にいう潜在価格とはエキバレントな概念なのであって、カントロビッチの構想は、潜在価格にともなう経済機構論的な含みを徹底的に活用しようとするものということができるのである。

わたくしは、本稿で、LPにともなう潜在価格が、どのような意味において分権管理という問題にかかわるのか系統的に明らかにすることを課題とする。このような作業を行った文献が案外見当たらないことが、わたくしの一つの動機であり、分権管理論としてはなお多くの媒介項を要することが当初から明らかであるけれども、上にのべた事情でカントロビッチ提案とは直接関連するから、この作業自体としても、ある程度の現実的意義を主張しうるのであろう。

Iにおいて、はじめに、LPにおける潜在価格の概念を確認する。そのさい、標準型LPにとどまらず、一般化されたLPをも考察することによって、カントロビッチのモデルが包摂されるとともに、アクティビティ・アナリシスとの

1) Koopmans, [12], p. 68, f. n. 3. カントロビッチの仕事が現われたのは1939年である。

2) объективно обусловленные оценки. 英訳では objectively conditioned ratings または objectively determined valuations.

関連がつけられ、かつ、古典的な資源配分論との連絡が準備される。次に、LPの潜在価格概念を、分権管理論につなぐ二つの方向を指摘する。本稿が主としてとり上げるのは、このうち、カントロビッチの示唆している方向である。

さて、カントロビッチ自身は、その方向を鮮明に定式化してはいないのであるが、わたくしは、Ⅱで、かれの示唆が含意するところのもの、あるいはわたくしのいう第二の方向を、はじめに、古典的生産関数にもとづくモデルの形で、ついで線型生産モデルの形で把握する。これらのモデルは、最適条件の形で、分権化の可能性の有無を示すけれども、実際に最適に接近する機構については、総じて無関心である。わたくしは、ダンチヒとウォルフの考案にかかる分解原理 (decomposition principle) と、その一般化の方向が、このような機構を与えることを指摘する。残された諸問題については、むすびでふれる。

## I LPと潜在価格

## A LPと潜在価格

〔1〕標準型LP

最初に、もっとも普通に文献に登場する標準型の LP について、周知の、「潜在価格」(shadow prices) の概念を、確認しておこう。

計画の当面する期間について、 $m$ 種の資源、設備または生産要素の利用可能量の上限  $b_i (i=1, \dots, m)$  が固定されており、他方、技術が、投入産出が操業水準に比例的な  $n$  個の工程という形をとっていて、第  $j$  工程操業 1 単位当り第  $i$  生産要素の投入量  $a_{ij}$ 、第  $j$  工程操業 1 単位当り利潤  $c_j$  が与件であるとき、標準型 LP の登場する場面が生じる。すなわち、

「制約条件」

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{array} \right\} \quad (\text{I}\cdot 1)$$

および

$$x_1, \dots, x_n \geq 0 \quad (I.2)$$

の下で、目的関数

$$c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \quad (I.3)$$

を最大化せよ。」

ここに変数  $x_j (j=1, \dots, n)$  は、第  $j$  工程の操業水準である。

この問題を解き、全体としての利潤を最大にするような操業水準の組合せ  $(x^*_1, \dots, x^*_n)$  を得るとき、これと双対的 (dual) な、 $m$  種の資源に対応する、変数  $\pi_1, \dots, \pi_m$  のある値の組  $(\pi^*_1, \dots, \pi^*_m)$  も同時に得られて、それが次の諸関係をみたすことは、よく知られている。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sum_i \pi^*_i b_i = \sum_j c_j x^*_j \\ \textcircled{2} \quad & \begin{aligned} \text{(a)} \quad & \begin{cases} x^*_j > 0 \rightarrow c_j - \sum_i \pi^*_i a_{ij} = 0 \\ x^*_j = 0 \rightarrow c_j - \sum_i \pi^*_i a_{ij} \leq 0 \end{cases} \\ \text{(b)} \quad & \begin{cases} \sum_j a_{ij} x^*_j < b_i \rightarrow \pi^*_i = 0 \\ \sum_j a_{ij} x^*_j = b_i \rightarrow \pi^*_i \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \end{aligned}$$

この  $\pi^*_i$  が、第  $i$  生産要素の「潜在価格」<sup>3)</sup>と解釈されるものである。変数  $\pi_i$  は、種々の数値計算法でLPを解くさいに、多かれ少なかれ重要な助変数として表われ、かつこの最適値  $\pi^*_i$  は、第  $i$  生産要素の限界利潤を表わし、要素制約量  $b_i$ 、利潤係数  $c_j$  など問題のデータがパラメトリックに動かされる場合、あるいは新しい工程が追加される場合の修正計算をいちじるしく容易にする。

こうして、変数  $\pi_i$  およびその最適値 (= 潜在価格)  $\pi^*_i$  は、直接に計算によって最適な生産編成を求めようとする立場から見て、種々の有用な機能をはたすものであるが、これに加えて、より積極的に、 $\pi^*_i$  が価格という解釈を受けとる根拠は、LPを、クープマンズのアクティビティ・アナリシスとの関連において見ることによって、明瞭になるだろう。

## 〔2〕一般化されたLP

3)  $\pi^*_i$  は数学的には双対変数の最適値であるところから双対価格 (dual prices) とよばれるが、ここでは経済学的な含みの方を重要視して、潜在価格という名称を採用しておく。

## (a) クープマンズ型のアクティビティ

さきにモデルを示した標準型のLPは、固定的な生産要素（さきのモデルでは  $m$  種）以外の財が明示的には出てこない点で、やや特殊な性格をもっている。第  $j$  工程の産出する生産物とその価格、また第  $j$  工程に投入される、利用可能量に直接制約のない財とその価格は、一つ一つ問題とされることなく、それらを差引き計算した結果である単位利潤  $c_j$  の値のみがデータとして与えられる。標準型LPは、いわば、利潤もしくは貨幣というディメンジョンの最終財1種類と基本的生産要素  $m$  種類だけからなる経済を表現すると考えてよい。この経済を構成する単位は、先にのべた工程であって、先のとおり投入を正で表わし、かつ産出側も合せて考えることにすれば、一つの工程は、ベクトル  $[-c_j, a_{1j}, \dots, a_{mj}]^T$  によって表現される。

さて、LPが体现しうる経済をより一般的なものとするためには、個々の工程を、クーブマンズがアクティビティ・アナリシスの体系の基軸にすえたアクティビティの形に置きかえればよい。すなわち、上のベクトルを、いまや複数個の最終財に対応する成分をもち、また中間財に対応する成分をもったものに拡大する。これに加えて、純産出を正の符号で表わすことがアクティビティ・アナリシスにおける約束であり、カントロビッチのLPにおいてもこの点同じだから、ここでもこの約束を採用することにしよう。

いまや、個々の工程は次のようなベクトルによって表現されることとなる。

$$\alpha^j = \overbrace{[a_{1j}, \dots, a_{sj}, a_{s+1j}, \dots, a_{s+l_jj}, a_{s+l+1j}, \dots, a_{Nj}]}^{N \text{ 個}}$$

$s$  個
 $l$  個
 $m$  個

全部で  $N$  個の成分のうち、はじめの  $s$  個は最終財、次の  $l$  個は中間財、最後の  $m$  個は基本的生産要素に対応するものとし、各  $a_{ij}$  は第  $j$  工程操業1単位当り

4) 紙面の都合で横に書くが、列ベクトルと考えるのが便利である。

5) カントロビッチ、[10]の付録1には、単純なものから複雑なものに至る一連のLPモデルが示されているが、そのうちもっとも一般的な構造のものは、「課題D」とよばれるものであるから、以下ではこれを念頭におく。なお[10]には投資効率にかんする一章があるが、この分野は、本稿ではカバーできない。



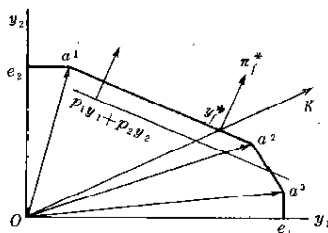


(the attainable point set) である。

(C) 有効価格ベクトル

第1表

(I・4)と(I・5)の下で達成可能な点の集合は、 $N$ 次元の財空間において凸多面体をつくることがわかっているが、これを最終財だけの空間に投影してみると、たとえば最終財2個の場合においては、図のような、原点に対して凹な折線と原点および座標軸とに囲



まれる一つの領域となるだろう。この領域が、当面の技術および要素制約の下で生産可能な、(2種類の)最終財のあらゆる組合せを示すのである。

さて、クープマンズの分析の焦点は、このような組合せの中で、とくに、「有効点」(efficient point)とよばれる点を定義すること、およびその点の属性を明らかにすることに注がれていた。

有効点とは、達成可能点の中で、最終財につき、少なくとも1種の最終財の純産出量が自分より多く、他は同等であるような、他の点が存在しないものをいう<sup>9)</sup>。一般にこのような点の一つではない。先の図においては、生産可能な領域の東北方の境界をなす折線  $e_2 a^1 a^2 a^3 e_1$  が、有効点の集合である。

クープマンズのもっとも重要な貢献は、ある  $y$  点が有効点であるための必要十分条件は、次のような性質をもつベクトル  $\hat{\pi} = [\hat{\pi}_1, \dots, \hat{\pi}_N]$  が存在することであるということを示した<sup>10)</sup>ところにある。すなわち、

$$(I) \quad \begin{cases} \hat{x}_j > 0 \rightarrow \sum_{i=1}^N \hat{\pi}_i a_{ij} = 0 \\ \hat{x}_j = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^N \hat{\pi}_i a_{ij} \leq 0 \end{cases}$$

$$(II) \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} \hat{x}_j > -b_i \rightarrow \hat{\pi}_i = 0 \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} \hat{x}_j = -b_i \rightarrow \hat{\pi}_i \geq 0 \end{cases}$$

(但し基本的生産要素に対応する  $i$  について)

8) Koopmans, [11], p. 79.

9) Koopmans, [11], p. 79.

(Ⅲ)  $\bar{p}_i > 0$  ( $i=1, \dots, s$ ; すなわち最終財に対応する  $i$  について)

ここで,  $\bar{x} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n]$  は (I・6) により  $\bar{y}$  を構成する操業水準ベクトルである。

さて, 先のベクトル  $\bar{x}$  は,  $\bar{p}_i$  を第  $i$  財の価格と解釈すると, 次のような意味で都合がよい。上の関係式 (I) において,  $a_{ij}$  は第  $j$  工程操業 1 単位につき出入りする財を, 投入は負, 産出を正で示しているから,  $\sum \bar{p}_i a_{ij}$  は, 価格体系  $\bar{p}$  の下で評価した, 第  $j$  工程操業 1 単位当りの純利潤と解釈できる。そうすると (I) は, 価格体系  $\bar{p}$  の下では, どの工程についても正の利潤が発生する余地なく, かつ現実には操業している工程については純利潤ゼロという関係を表示することになる。また (II) は, 基本的生産要素の価格は非負であり, フルに使い切られない要素にはゼロ価格が割りつけられることを示す。いま (I) (II) の解釈として示したこの 2 組の性質こそは, 一般均衡理論の体系化をはかってきた人々が念頭においてきた競争均衡価格の要件に他ならない。したがって,  $\bar{p}$  を価格ベクトルと解することによって, アクティビティ・アナリシスひいて LP と, 競争論との接点が生じるのである。だが, 本来的にはこの  $\bar{p}$  は, 任意の有効点を指定するとともに, 有効点の定義と等価なものとして定まったのであることに留意しなければならない。クープマンズは, このベクトルが与える価格を, 有効価格 (efficiency prices) とよんでいる<sup>10)</sup>。

#### (d) 目的関数

以上われわれは, LP を, その包括する財の範囲について一般化することをはかり, 制約式 (I・4) (I・5) の表現する生産可能領域について, クープマンズがアクティビティ・アナリシスにおいて明らかにした「達成可能点」, 「有効点」, 「有効価格」の諸概念をあとづけてきた。

LP を定式化するためには, (I・4) (I・5) に加えて, 目的関数を明示的に導入すれば足りる。

10) Koopmans, [11], pp. 81-83.

11) Koopmans, [11], p. 91.

さて、いまの場合のように複数の最終財を想定しているときには、目的関数の与え方には二通りありうる<sup>12)</sup>。第一は、最終財のウェイトもしくは相対価格( $p_1, \dots, p_s$ )を宣言し、これによる加重和  $p_1y_1 + \dots + p_sy_s$  の最大化を要求するやりかたである。この場合、どのような財の束 ( $y_1, \dots, y_n$ ) が産出されるかは結果的に決る。第二は、最終財のある組合せ比率 ( $k_1, \dots, k_s$ ) を特定してしまい、この比率を守りながら全体の産出量の最大化を要求するやりかたであって、カントロビッチはこのやりかたをとっている。

前掲の図において、第一のやりかたは、勾配の一定した直線  $p_1y_1 + p_sy_s$  をできるだけ右上方に動かすということを意味する。図の場合、 $a^1$  と  $a^2$  を結ぶ線分上のすべての点が選び出されるであろう。第二のやり方は、半直線  $OK$  を固定し、その上をできるだけ右上方に進むということを意味し、図の場合  $y^*$  点<sup>13)</sup> が選び出されることになる。

いずれにせよ、目的関数を与えることによって、すべての有効点の中から特定の1個または1組が選び出される。これがLPの最適解である。

いま、最適解として点  $y^*$  が選び出されたものとする。この点の一つの有効点であるから、この点に対応して、前に示した関係式(I)(II)をみたす有効価格ベクトル  $\pi^*$  が存在する。そして、目的関数として1次式  $p_1y_1 + \dots + p_sy_s$  を用いて  $y^*$  を選び出した場合、 $\pi^*$  の、最終財に対応する成分  $\pi_i^* (i=1, \dots, s)$ <sup>14)</sup> は、予じめ与えた  $p_i$  に等しい<sup>15)</sup>。また、カントロビッチ式に、ベクトル  $[k_1, \dots, k_s]$  の最大化によって  $y^*$  を選び出したのであれば、 $[k_1, \dots, k_s]$  と  $[\pi_1^*, \dots, \pi_s^*]$  とが一致するという保証はないが、 $\pi^*$  が  $y^*$  に応じて、したがって目的関数の与え方に依存して定まるとは、1次関数の最大化による場合と同じである。カントロビッチが各財の「客観的に条件づけられた評価」と

12) Koopmans, [12], p. 100.

13) これは  $y^*$  点の最終財空間における投影である。

14) これがつくるベクトルを図では  $\pi^*$  で表わしている。

15) Koopmans, [11], p. 86. 厳密に言えば、 $y_i > 0$  のとき  $p_i = \pi_i^*$ 、 $y_i = 0$  のとき  $p_i \leq \pi_i^*$  である。なお本稿を通じて記号を統一する必要上、記号  $p$  と  $\pi$  の意味は、クーブマンズと逆になっている。

もよぶのがまさしくこの $\pi^*$ に他ならないことは、かれの著書の数学付録の部分で、これまでの説明と照らし合せれば明らかである。

### (e) 潜在価格

以上によって、LPの最適解にともなう潜在価格の意味を、もっとも基本的な観点から知ることができた。それは、クーブマンズの意味における有効点のうち、目的関数を与えることによって選出される特定の有効点にともなう有効価格である。一般化されたLPの場合においては、生産要素の潜在価格だけでなく、複数の最終財や中間財の潜在価格も生成されるのであるが、それは、目的関数の形で最初に最終財について与えた選好に依存しているのであって、このことは、最終財の純産出量の1次関数の形で目的関数を与える場合にもっとも明瞭に現われる。

### B 分権管理論への二つの方向

以上で準備がととのったので、LPと分権管理論との接点点がどこにあるかということの問題とする。LPを分権管理論につなぐには大別して二つの方向がある。第一は、クーブマンズの示唆する方向、第二はコントロビッチの示唆する方向である。

#### 〔1〕 クーブマンズの方向

本来LPは、企業や空軍において、いわば集権的に、各アクティビティにかんするすべての情報を掌握した上で計算によって最適解を見いだすための用具である。

だがクーブマンズは、有効価格ベクトルに関する前述の関係式(I)(II)(III)、なかんずく(I)に着目し、分権的資源配分モデルとしての解釈も可能であることを指摘した<sup>16)</sup>。

各アクティビティが独立の経済単位をなし、ベクトル $\alpha^j$  ( $j=1, \dots, n$ ) の情報は第 $j$ 単位の管理者(manager)にのみ知られるような経済を想定する。各管理者は、全管理者に対し公告される価格ベクトル $\pi$ を手引として、次のルー

16) Koopmans, [11], pp. 93-95.

ルによって自己の単位の操業水準  $x_j$  を決定すべきものとする。

(i) 純利潤  $\pi' \mathbf{a}^j = \sum_{i=1}^N \pi_i a_{ij}$  が負ならば、操業を停止せよ。( $x_j=0$ )。

(ii) 純利潤がゼロならば現状を維持せよ。

(iii) 純利潤が正ならば操業を拡大せよ。

これに対し、価格は次のメカニズムで決まるものとする。中央計画者 (helmsman) と、各財の出納管理者 (custodians) を考える。中央計画者は各最終財の(正の) 価格を決め、出納管理者に通告する。各出納管理者は工程の管理者たちと自分が公告する価格によって取引するのであるが、最終財の出納管理者は、中央計画者の決定した価格をそのまま公告する。中間財の出納管理者は需要供給にしたがって試行錯誤的に価格を決める。基本的生産要素の場合も同じだが、この場合には負の価格をみとめず、ゼロ価格で超過供給があれば超過供給を容認することにする。

さて、いま中央計画者が設定した最終財の価格  $p_1, \dots, p_s$  をウェイトとする1次関数の最大化によって達成される有効点を  $\mathbf{y}^*$  とし、これにともなう有効価格を  $\pi^*$  としておこう。前述のとおり、 $\pi^*$  の、最終財に対する成分は  $p_1, \dots, p_s$  にひとしいはずである。

ここで上述の分権的システムにもどると、前記の試行錯誤過程によって、ひとたび  $\mathbf{y}^*$  を産出するような操業水準の組み合わせと、 $\pi^*$  に合致するような中間財と基本的生産要素の価格とが到達されるならば、関係式(I)(II)(III)によって、もはやその状態から乖離させるように働く誘因は、システム内に存在しないことがいえるのである。

要するに、クープマンズの方法は、単一のLPの個々のアクティビティを一つの自主的な決定単位と解釈する方向である。関係式(I)(II)(III)によって、ひとたび分権的システムがLP最適解に到達すれば、その状態が保たれうることが証明される。しかし、このシステムがどのようにしてLP最適解に到達するかという、動学過程については、クープマンズは何ものべなかった。

この動学過程を定式化する問題は、LPの基本的仮定である個々のアクティ

ビティの投入産出の比例性,つまり規模に関する収穫一定の仮定により,困難に直面する。この問題に解決を与え,ワルラス流の模索過程の厳密な研究に端緒を与えたのはアロー=ハーヴィッツ[1]であるが,この方面にはここでは立入らない<sup>17)</sup>。

## 〔2〕 カントロビッチの方向

グループマンズが単一のLPの個々のアクティビティを一つの自主的単位と見たてるとして決定的な役割をはたした関係式(1)は,カントロビッチにおいても重要視されている。すなわち,LP最適解にともなう $\pi^*$ ベクトルの各成分を各財の客観的評価と見なすとき,最適計画において採用されているアクティビティについては収支均等,採用されていないアクティビティについては収益 $\leq$ 費用となることをもって,カントロビッチは,「この評価にもとづくならば,最適計画において収益性原理が維持される」といっている<sup>18)</sup>。これは明らかに潜在価格を媒介にするとき個々のアクティビティを一つの独立採算的な単位と見なしうるとする考えの表明にほかならない。

しかし,カントロビッチにおいて,潜在価格を把握する角度はこれにとどまらない。

いま,企業Nと企業Kが,それぞれ電力と労働の一定の利用可能量を制約条件としてLPを解いたとする。企業ごとに,それぞれのLPにともなう潜在価格が電力と労働との限界代替率を与えるが,この限界代替率が両企業においてひとしい保証はない。このとき,両企業間で,限界代替率が均等になるように,電力と労働の再配分を行えば,両企業を合せた全体について生産もしくは資源使用の効率性が増すであろう。しかしこのような再配分が各企業の独立採算性の下で実現されるためには,電力と労働の両企業間で共通な相対評価が成立し,

17) サミュエルソンは1949年に,標準型LPについて,グループマンズ流の分権的システムを考え,動学過程について端緒的な考察を行った。そのさい,かれは,もっとも単純なルールでは,無限に振動が続き,収束が起らないことを指摘した。アローとハーヴィッツの研究は,直接には,これを継承したものである。Samuelson, [16], pp. 436-438, 469-471; Arrow and Hurwicz, [1], pp. 42-43.

18) Kantorovich, [10], pp. 8-9 (邦訳, 24-25ページ), pp. 50-51 (邦訳, 72ページ) 結論14, pp. 274-275 (邦訳, 306ページ) 定理3, その他。

それがあるべき限界代替率にひとしくなっていなければならない。そのような評価は、両企業を結合したLPの最適解にともなう潜在価格に照応するであろう。以上のことは、一群の企業の間にも、またある企業では投入になり他の企業では産出になるような財についても、一般化しうるであろう。——およそこのようにパラフレーズできる記述がカントロビッチ〔10〕に見いだされる<sup>19)</sup>。

さらに、〔10〕の第2章第8節において、諸財の潜在価格の、国民経済全体にわたる一般的体系が構想され、現行価格体系をこれにおきかえることによって、国民経済にかんする特定の目的関数に照らしてみた諸財の希少性が正当に評価されうることになるとともに、利潤を主要な指標とする企業の独立採算制を国民経済全体の利益と合致するようにできることが主張されている。

すなわち、明らかに、カントロビッチがLPと分権管理を関連させる主要な方向は、個々の自主的単位＝企業におのおの1個のLPを対応させ、これらのLPを連結する1個の巨大なLPを、全体としてのシステム（究極的には国民経済）に、対応させる方向である。

しかしながら、第一に個々の単位に対応するLPと、システムに対応する巨大なLPとの連結の構造は、どのようなものであろうか。第二に、この巨大なLPを解き、システム全体に適用しうる潜在価格体系を算出する方法ないし機構はどのようなものであろうか。

カントロビッチ〔10〕が付録で示しているモデルと数値計算法は、単一のLPに関するものであって、上記の二つの問題については、もはや漠然とした叙述が行われているにすぎないのである。

さて、わたくしがタープマンズの方向とよんだものは、LPの個々のアクティビティを一つの自主的単位に対応させ、単一のLPを一つのシステムに対応させる方向である。これに対しカントロビッチの方向とよんだものは、各自主的単位に一つのLPを対応させ、それらLPの複合した巨大なLPをシステムに対応させる方向である。以下、この第二の方向について、前記の二つの問題

19) Kantorovich, [10], pp. 58-59 (邦訳 79-81ページ)。

を考えてゆきたい。

## II 資源配分と潜在価格

### A 最適生産の諸条件

#### 〔1〕 古典的生産関数による定式化

効率的資源配分の諸問題は、とりわけ、1930年代から40年代にかけて、ラーナー、ヒックス、ランゲ、サミュエルソンなどが、限界分析の用具をもって精神的に取組んだところのものであるが、さきにパラフレーズしたカントロビッチの考え方は、容易にかれらの諸成果の中に対応物を見いだすことができる。

いま、カントロビッチの当面している問題を、限界分析の舞台装置をもって表現するならば、次のようになるであろう<sup>20)</sup>。

$k$  個の企業からなる経済システムを考える。生産は各企業によって行われ、生産を制約する技術的可能性は、企業の生産関数、

$$g_r(y_{r1}, \dots, y_{rs}, h_{r1}, \dots, h_{rm}) = 0, \quad (r=1, \dots, k) \quad (\text{II} \cdot 1)$$

によって表わされる。 $y_{ri} (i=1, \dots, s)$  は、第  $r$  企業における第  $i$  最終財の純産出量を正で表わしたものである(負の場合には投入が行われる)。システム全体にとって利用可能量が限られているが企業間では移転可能な資源が  $m$  種あるものとし、第  $r$  企業における第  $j$  資源の投入量に負の符号をつけたものを  $h_{rj}$  とする。生産関数について、必要な階数までの微分可能性を前提しておく。

第  $j$  資源の、システム全体にとっての利用可能量に負の符号をつけたものを  $H_j$  とすると、

$$\sum_{r=1}^k h_{rj} = H_j, \quad (j=1, \dots, m) \quad (\text{II} \cdot 2)$$

によって、システムの資源制約が表わされる。

システムの目的は、最終財に関する計画者の選好関数、

$$U(y_1, \dots, y_s) \quad (\text{II} \cdot 3)$$

20) 以下のモデルは、Davis and Whinston, [6]; Graaf, [9]; および黒岩, [13] を参考に、独自に構成した。



の最大化であるとする。ただし、

$$y_i = \sum_{r=1}^k y_{ri}, \quad (i=1, \dots, s) \quad (\text{II} \cdot 4)$$

である。この関数は、通常の消費者効用関数のように、原点に対して凸の無差別曲面をもつとしておこう。

以上の枠組における、システムにとっての最適生産の諸条件は、ラグランジュ乗数法によってみちびかれる。すなわち、ラグランジアンを、

$$L \equiv U(y_1, \dots, y_s) - \sum_{i=1}^s \lambda_i (y_i - \sum_{r=1}^k y_{ri}) - \sum_{r=1}^k \mu_r g_r(y_{r1}, \dots, y_{rs}, h_{r1}, \dots, h_{rm}) - \sum_{j=1}^m \rho_j (H_j - \sum_{r=1}^k h_{rj}) \quad (\text{II} \cdot 5)$$

として、極大の1階の条件から、

$$\frac{\partial U}{\partial y_i} = \lambda_i, \quad (i=1, \dots, s) \quad (\text{II} \cdot 6)$$

$$\lambda_i = \mu_r \frac{\partial g_r}{\partial y_{ri}}, \quad (i=1, \dots, s; r=1, \dots, k) \quad (\text{II} \cdot 7)$$

$$\rho_j = \mu_r \frac{\partial g_r}{\partial h_{rj}}, \quad (j=1, \dots, m; r=1, \dots, k) \quad (\text{II} \cdot 8)$$

などがみちびかれ、ここから種々の限界比率にかんする均等条件がみちびかれる。

たとえば(II・1)と(II・7)から、任意の2企業( $h$ と $k$ )の間での、任意の1対の最終財( $i$ と $s$ )について、

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_s} = - \frac{\partial y_{hs}}{\partial y_{hi}} = - \frac{\partial y_{ks}}{\partial y_{ki}} \quad (\text{II} \cdot 9)$$

が出るが、これは2生産物間の限界転形率が2企業間でひとしく、かつラグランジュ乗数の比にひとしいことにほかならない。資源についても同様の関係がみちびかれる。そしてラグランジュ乗数 $\lambda_i$ と $\rho_j$ は、システムにとり、各財の需給バランスと $U$ の最大化を考慮した、各財の評価と考えることができるから、本質的にLP潜在価格と同じものである。いま、これをシステムにおける価格と解釈すれば、システム内の最適生産の諸条件に関するさきにパラフレーズしたコントロールピッチの考え方は、(II・9)および類似の諸関係によって正確に表現されるであろう。

さらに、企業の生産関数(II・1)がいわゆる well-behaved の性質をみた

すならば、(II・9) および類似の諸関係は、各企業にとり、 $\lambda_i, p_i$  を所与の価格とする利潤最大化の条件に一致し、システムにとっての最適状態を、各企業の利潤極大化行動の下で分権的に達成しうる可能性が生じる。

最適計算価格プラス独立採算制というコントロールの志向は、こうして、限界諸条件の研究のうちにその対応物を見いだせる。ただしこうした議論は、一応最適が達成されたものとして、その必要条件をのべているものであって、現実最適に到達する過程についてはこれだけではなにものもしていないことに注意しておかなければならない。

## 〔2〕 線型生産モデル

さしあたり限界分析の舞台において観察した資源の最適配分とその分権化の諸条件を、LPを構成要素とするモデルにおいて考察する道はどのようなものであろうか。われわれはゲールの線型生産モデル<sup>21)</sup>を手がかりにすることができる。

ゲールのモデルの基本的特徴は、システムにとっての基本的生産要素を、企業間で移転可能な「資源」(resources)と、各企業に固着した「設備能力」(plant capacity)という二つのカテゴリーに区分することにある。いま、標準型LPを一つの企業に対応させるとき、明示的に考慮されるのは企業固有の生産要素のみであって、企業の立場から見て移転可能な資源は利潤係数  $c_j$  の中に埋もれてしまい、他方、古典的な生産関数においては明示的に考慮されるのは企業の立場から見て移転可能な財だけであって、企業固有の生産要素は生産関数の位置・形状を定める要因として背後に隠れているから、伝統的な資源配分モデルとLPとのつながりをつけることはかならずしも容易でない。ゲールの区分は、LPの連結による資源配分モデルを考える上で基本的に重要である。

さて、システムは  $k$  個の企業からなるものとし、第  $r$  企業の生産技術は  $n_r$  個の線型の工程によって表現されるものとする。また第  $r$  企業には  $m_r$  種の固有の生産要素があって、その利用可能量の上限が  $b_r$  という  $(m_r \times 1)$  ベクトルで

21) Gale, [8], pp. 85-93.

示されるものとする。各工程操業 1 単位当りの上記の生産要素の投入量がつくる  $(m_r \times n_r)$  行列を  $B_r$ 、各工程の操業水準を示す  $(n_r \times 1)$  ベクトルを  $x_r$  とすると、各企業固有の制約は、

$$B_r x_r \leq b_r, \quad (r=1, \dots, k) \quad (\text{II} \cdot 10)$$

で表わされる。ただしここで符号について、 $B_r \geq 0$ ,  $b_r \geq 0$  と約束しておく。

他方、システムにとって利用可能量の制約のある資源を  $m_0$  種考え、その上限を  $(m \times 1)$  ベクトル  $b_0$  で示す。また、第  $r$  企業の各工程 1 単位当りのこれら資源の投入量がつくる  $(m_0 \times n_r)$  行列を  $A_r$  とすると、システムにとっての資源制約は、

$$\sum_{r=1}^k A_r x_r \leq b_0 \quad (\text{II} \cdot 11)$$

で表わされる。 $b_0 \geq 0$  であるが、 $A_r$  については負の成分、すなわちどこかの工程で資源が産出される可能性をみとめる。

ゲールのモデルは、上の二とおりの生産要素以外の財は明示的に考慮しない点において標準型 LP と同じであり、第  $r$  企業の第  $i$  工程 1 単位当り収益  $c_i^r$  を与件として、第  $r$  企業の各工程に対するこの係数がつくる  $(1 \times n_r)$  ベクトル  $(c_1^r, \dots, c_{n_r}^r)$  を  $c_r'$  と書く。

システムにとっての最適は、制約式 (II・10) および (II・11) の下で、 $k$  個の企業全体としての収益  $\sum_{r=1}^k c_r' x_r$  を最大化することである。これは一つの LP であるが、ゲールは、このシステムにとっての最適を、分権的機構の下で達成させうる可能性について考察した。

いま、「資源」の価格  $\pi = [\pi_1, \dots, \pi_m]$  が競争メカニズムによって決まると考える。個々の企業は、そのときどきの  $\pi$  を与件として、収益から資源投入費用を差引いて計算される企業にとっての利潤、 $(c_r' - \pi' A_r) x_r$  を最大化するよう、企業にとっての制約 (II・10) の下で行動する。 $k$  個の小 LP が解かれるわけである。しかし、こうして決まる  $k$  個の企業の操業水準ベクトルの組合せ  $x_1, \dots, x_k$  が、システムの資源制約 (II・11) をみたすとはかぎらない。そこで資源バランスをみたす方向に  $\pi$  の各成分の値が動き、これにつれて  $x_r$  も変

更されることになる。

ゲールは、 $k$  個の企業が自己の制約の下で利潤最大に達しており、かつシステムにとっての資源制約がみだされ、さらにフルに使いきられていない資源にはゼロ価格がついている状態を、「競争均衡」と名づけた。そして次の二つの命題を証明した。

(1) もしベクトルの組  $(x_1, \dots, x_k, \pi)$  が競争均衡をなしているならば、それは同時にシステムの最適をなしている。

(2) もしシステムの総収益  $\sum c_r/x_r$  が上に有界ならば、システムにとっての LP の解  $(x_1, \dots, x_k)$  と双対解として現われる  $\pi$  [すなわち潜在価格] とが競争均衡の要件をみたすから、競争均衡はたしかに存在する。

この証明には若干の問題があるが、それはのちの分解原理の項にゆずり、いまこの命題をそのまま受けとることにすれば、ゲールの分析の意義は、システムにとっての最適生産の条件が、システムの部分単位である企業の利潤極大化行動と両立的であることを、LP を連結したモデルについて示したことである。しかし現実解に到達する過程については何ものべていないのであって、その点さきの限界分析の場合と同じである。

われわれは、システムにとっての巨大な LP を解き、それにともなう潜在価格をガイドに、独立採算制の下で最適解を達成させうるかもしれない。しかしその場合、必要となるぼう大な情報集中と中央計算は、たとえ技術的に可能だとしても、分権化の重要なメリットを失わせるであろう。あるいは、まったく競争的資源配分機構に依存しつつ、システムの最適への収束を期待することも考えられる。しかし収束の過程と時間については、なにも保証されていない。ゲールの分析結果は、それだけでは、上の二極のいずれをも意味する。

## B 実際の達成の機構

### [1] 分解原理

クープマンズの分析、限界分析による資源配分論の大部分、およびゲールの分析は、いずれも静学的な最適諸条件の確認に焦点があつて、最適に到達する

過程と機構を問題にするものではない。分権管理については、システムの最適と個々の単位の最適との両立性の有無を問題にするだけであって、情報量や計算量の側面は視界に入っていないのである。

さて、システムの最適を分権的に達成する過程と機構を研究する道筋は、現在までのところ、大別して二つある。

第一は、中央機関に選好関数を設定する役割はみとめるにしても、資源配分は市場ないし市場類似のルールによる試行錯誤過程にゆだねる方向である<sup>22)</sup>。ワルラス流の模索過程、ないしは大域的安定性の厳密な研究がこの方向に光を投じる。

第二は、直接にはある型の巨大なLPを解く技法として、ダンチヒとウォルフによって開発された分解原理 (decomposition principle) の含意を展開してゆく方向であって、少なくとも最適に到達する速さと資源バランス保持の観点からは、第一の方向よりもすぐれていると考えられる。わたくしはさきに分解原理の数学的構造と分権管理論に対する意義について一論を発表したが<sup>23)</sup>、分解原理がたしかにこのような意義をもつことはマランボーによっても認識されている<sup>24)</sup>。

われわれは、ダンチヒとウォルフが発表した形の分解原理<sup>25)</sup>に次のような意義を与えることができる。

(1) かれらが対象としているLPは、まさしくゲールの線型生産モデルと同じ構造をなしている。分解原理は、システムに中央調整機関を設け、これと諸企業との間の通信により、情報を完全に集中する必要なく、しかも有限回のステップで、ゲール型のモデルを解く手段を与える。

(2) この場合、中央は、単なる市場類似の機能を行う受動的な存在ではなく、過去の情報を蓄積し、かつ各ステップで小規模な最適化計算を行うのであって、

22) かつてハイエクの問題提起に対し、ランゲが社会主義の下における合理的資源配分の可能性を論証しようとしたとき、かれはこのような方向を考えていた。Lange, [14].

23) 浅沼, [2].

24) Malinvaud, [15].

25) Dantzig and Wolfe, [5].

そのため最適への到達がいちじるしく速められる。

(3) 分解原理を例解してみても明らかになることだが、システムにとっての最適が、ある企業にとっては制約(Ⅱ・10)のつくる領域の内点における操業を要求する場合があります<sup>26)</sup>。これはじつは $\mathbf{c}_r' - \pi' \mathbf{A}_r = 0$ となる場合であって、企業からすれば特定の操業水準にとどまる必然性はないけれども、資源バランス保持の観点から、企業が特定の、しかも(Ⅱ・10)にとっては内点となる点にとどまることを要求する。この問題はゲールにおいては見落されているように思われる。

## 〔2〕 一般化の方向

ダンテッチとウォルフがあつかったLPはゲールと同じものであり、基本的生産要素以外の財が係数 $\mathbf{c}_r'$ ( $r=1, \dots, k$ )の中にとけこんでいる点で標準型LPに属するものであるから、アクティビティをグループマンス型のものにおきかえ、その上で、複数の最終財について目的関数を与えれば、一般化されたLPの連結からなる資源配分モデルと、その分権的解決の手段とを得ることができる。これによって、カントロビッチの漠然とした構想にモデルを与えることができると思われる。

マランボーは、一步を進めて、非線型性をみとめる方向に一般化を行っている<sup>27)</sup>のであるが、この場合は、ステップの逐次改良性は保持しえても有限性は失われ、現実的には適当な回数で打切って、近似解に甘んじなければならない。

## む す び

残された諸問題を列挙する。

(1) われわれのあつかったモデルでは、不可分性、規模に関する収穫逓増、および外部効果という、価格機構の挫折の原因をなすものとして認識されてきた諸要因が入っていない<sup>28)</sup>。

26) この事実は、Baumol and Fabian, [4] によって認識された。しかしかれらは、これが、ゲールの分析に問題をなげかけるものであることを指摘していない。

27) Malinvaud, [15], pp. 197-204.

(2) 基本的に静態的な枠内の議論であって、資本の問題はその全き意義において入っていないし、技術革新や不確実性といった問題は無視されている。

(3) 目的形成の過程や、虚偽の情報の可能性の問題など、組織論的な諸問題は捨象されている。

これらの問題について考えてゆくことが、わたくしの次の課題である。

### 参 考 文 献

- [1] Arrow, Kenneth J. and Hurwicz, Leonid, Decentralization and Computation in Resource Allocation, in Pfouts, R. W. (ed.), *Essays in Economics and Econometrics*, 1960, pp. 34-104.
- [2] 浅沼万里, 整数計画問題における双対価格, 「経済論叢」第97巻第5号, 昭和41年5月。
- [3] 浅沼万里, 分解原理と分権管理, 「経済論叢」第99巻第3号, 昭和42年3月。
- [4] Baumol, William J. and Fabian, Tibor, "Decomposition, Pricing for Decentralization and External Economies", *Management Science*, Vol. 11, No. 1, Sept. 1964, pp. 1-32.
- [5] Dantzig, George B. and Wolfe, Philip, "Decomposition Principle for Linear Program", *Operations Research*, Vol. 8, Feb. 1960, pp. 101-111.
- [6] Davis, Otto A. and Whinston, Andrew B., "Welfare Economics and the Theory of Second Best", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, 1965, pp. 1-14.
- [7] 古谷弘「現代経済学」新版, 昭和42年。
- [8] Gale, David, *The Theory of Linear Economic Models*, 1960.
- [9] Graaf, J. de V., *Theoretical Welfare Economics*, 1957.
- [10] Kantorovich, L. V., *The Best Use of Economic Resources*, English Edition, 1965. 吉田靖彦訳「社会主義経済と資源配分」昭和40年。
- [11] Koopmans, Tjalling C., Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, in Koopmans, T. C. (ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation*, 1961, pp. 33-97.

28) 浅沼, [2] は, 整数計画問題の個々のアクティビティを一つの自立的単位とみなすとき, この単位の利潤極大化行動とシステムの最適とはかならずしも両立的ではないことを示そうとしたものである。

- [12] ditto, *Three Essays on the State of Economic Science*, 1957.
- [13] 黒岩洋昌「厚生経済理論」昭和42年。
- [14] Lange, Oscar, On the Economic Theory of Socialism, in Lippincott, B. J. (ed.), *On the Economic Theory of Socialism*, 1938.
- [15] Malinvaud, E., Decentralized Procedures for Planning, in Malinvaud, E. and Bacharach, M. O. L. (ed.), *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*, 1967, pp. 170-208.
- [16] Samuelson, P. A., Market Mechanisms and Maximization, in *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, Vol. 1, 1966, pp. 425-492.